17 Soit f la fonction définie par $f(x)=-\frac{x}{2}+\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Préciser l'ensemble de définition D_f de f.
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. Montrer que la droite Δ d'équation $y=\frac{-x}{2}$ est une asymptote à la courbe C.
Préciser la position relative de C par rapport à Δ.
4. Montrer que le point $I\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$ est un centre de symétrie pour C.
5. Construire C.
6. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution réelle unique x_0 et que $\frac{2}{5}<x_0<\frac{9}{20}$.

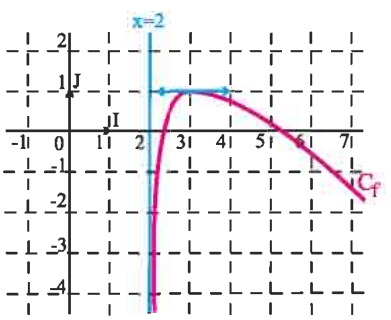
18 A/ 1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $g(x)=(1-x)\ln x$.
Résoudre l'équation $g(x)=0$ puis déterminer le signe de $g(x)$.

2. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x)=\ln x-x$.
a. Dresser le tableau de variation de h.
b. En déduire le signe de h.

B/ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$.
par $f(x)=\ln x(\ln x-x)$.
On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et que $f'(x)=\frac{g(x)+h(x)}{x}$.
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. Déterminer la nature des branches infinies de C_f.
4. a. Déterminer le point d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.
b. Déterminer une équation cartésienne de la tangente T à C_f au point d'abscisse 1.
c. Vérifier que le point $A(e,-e+1)$ est un point d'intersection de C_f avec T.
5. Construire C_f et T.
6. Soit $\alpha\in]0,1[$ et D la partie du plan limité par C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=\alpha$ et $x=1$.
a. Déterminer à l'aide de α l'aire $\mathcal{A}(\alpha)$ de D.
b. Déterminer $\lim\limits_{\alpha\to 0^+}\mathcal{A}(\alpha)$.
7. a. Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}_+^*$ sur un intervalle J à préciser.
b. Construire dans le même repère la courbe représentative de la fonction f^{-1}.

19 La courbe représentative C_f suivante est celle d'une fonction f dérivable sur $]2,+\infty[$.



1. a. Utiliser le graphique pour déterminer les valeurs de $f(3)$ et $f'(3)$.
b. On sait que la tangente au point d'abscisse 4 a pour coefficient $-\frac{1}{2}$. Tracer cette tangente.
2. a. Quelles semblent être les limites de f aux bornes de son ensemble de définition ?
b. Dresser le tableau des variations de f.
3. On suppose que la fonction f est de la forme $f(x)=ax+b+\ln(x+c)$.
A l'aide des valeurs mises en évidence dans la question 1, calculer les réels a, b et c.
Par la suite, on utilise la forme de $f(x)$ trouvée dans cette question.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn